

УДК 517.518.45

ББК 22.16

А 70

Рецензенты:

Г.И. Попов доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой естественнонаучных дисциплин ФГБОУ ВПО «Российский государственный университет физической культуры, спорта, молодёжи и туризма (ГЦОЛИФК)»

А.Н. Тамбовский доктор педагогических наук, профессор, проректор по научной работе ФГБОУ ВПО «Московская государственная академия физической культуры»

Шмелев П.А., Шмелёва Г.А., Фураев А.Н.

А 70: Учебное пособие по дисциплине «Элементы теории вероятностей и математической статистики» -М.: МГАФК, 2014-188 с.: ил.

Содержание пособия соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования третьего поколения по дисциплине «Высшая математика» для вузов физической культуры. Оно содержит элементы комбинаторики, основы теории вероятностей и математической статистики.

Предназначено для бакалавров и магистров вузов физической культуры.

Пособие подготовлено на кафедре биомеханики и информационных технологий.

Утверждено научно – методическим советом МГАФК в качестве учебного пособия

©, П.А.Шмелёв, Г.А.Шмелёва, А.Н.Фураев,
© МГАФК, 2014

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое учебное пособие по теории вероятностей и математической статистике представляет собой 3-ю часть учебного пособия по Высшей Математике для вузов Физической Культуры. Это 2-ое издание, дополненное и частично переработанное. Студенты вузов Физической Культуры учатся в особом режиме: вынуждены отвлекаться от учебы из-за постоянных обязательных тренировок, сборов, соревнований. Для освоения сложной теории и практики высшей математики в таком режиме, для того, чтобы математика стала необходимым практическим инструментом в их профессиональной деятельности, подготовлено настоящее пособие. Авторы старались изложить материал доступным, кратким и четким языком, подобрать наглядные демонстрационные примеры, применяемые в профессиональной области.

В третью часть пособия вошли разделы: Комбинаторика, Теория вероятностей, Элементы математической статистики.

Каждый раздел подразделен на главы, а каждая глава - на параграфы.

Формулы, приведенные в книге, имеют сквозную нумерацию. Однако, часть формул, на которые имеются ссылки только в данном параграфе и которые, как правило, фиксируют промежуточные результаты в выкладках, обозначены прописными буквами русского алфавита (в каждом параграфе эти обозначения повторяются).

В книге приняты следующие обозначения:

N -множество натуральных чисел;

Z -множество целых чисел;

R -множество действительных чисел.

Авторы выражают глубокую благодарность рецензентам рукописи за замечания, способствующие улучшению пособия.

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. КОМБИНАТОРИКА

1. Размещения.....	8
2. Перестановки.....	13
3. Сочетания.....	13
4. Формула бинома Ньютона и ее связь с сочетаниями.....	17
5. Число всех подмножеств конечного множества.....	19
6. Принцип умножения (общий комбинаторный принцип)...	20
7. Повторная и бесповторная выборки. Общая схема решения комбинаторной задачи.....	21

Глава 2. СОБЫТИЯ И ИХ ВЕРОЯТНОСТИ

8. События.....	23
9. Классическое определение вероятности события.....	25
10. Статистическая вероятность.....	29
11. Геометрические вероятности.....	30
12. Некоторые определения, связанные с понятием события...	34
13. Сложение (объединение) событий.....	37
14. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий.....	39
15. Произведение событий.....	41
16. Зависимые и независимые события. Условные вероятности.....	43
17. Теорема умножения вероятностей.....	45
18. Переход к противоположным событиям.....	48
19. Общая теорема сложения вероятностей.....	51
20. Формула полной вероятности.....	54
21. Формула Байеса.....	56

Глава 3. БИНОМИАЛЬНЫЕ ВЕРОЯТНОСТИ

22. Формула Бернулли.....	60
23. Биномиальное распределение вероятностей.....	62
24. Наивероятнейшее число наступлений события при повторении испытаний.....	63
25. Обобщенная формула Бернулли.....	64
26. Пуассоновское приближение формулы Бернулли.....	65
27. Формула Муавра – Лапласа.....	67
28. Интегральная формула Муавра – Лапласа	68

29. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.....	70
--	----

Глава 4. СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА И ЗАКОН ЕЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

30. Дискретная случайная величина. Закон, ряд и многоугольник ее распределения.....	74
31. Понятие о непрерывной случайной величине. Функция распределения случайной величины.....	77
32. Свойства функции распределения. Вероятность «попадания» случайной величины в заданный интервал..	82
33. Плотность вероятности случайной величины.....	85
34. Вероятность «попадания» непрерывной случайной величины в заданный интервал.....	87
35. Нахождение функции распределения случайной величины по известной плотности вероятности.....	88
36. Свойства плотности вероятности.....	88
37. Закон равномерного распределения вероятностей.....	90

Глава 5. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

38. Математическое ожидание дискретной случайной величины.....	93
39. Различные интерпретации математического ожидания...	96
40. Свойства математического ожидания.....	98
41. Математическое ожидание произведения случайных величин.....	101
42. Математическое ожидание непрерывной случайной величины.....	102
43. Математическое ожидание функции случайной величины.....	104
44. Мода и медиана случайной величины.....	105
45. Дисперсия случайной величины.....	106
46. Свойства дисперсии.....	108
47. Дисперсия равномерно распределенной случайной величины.....	110
48. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.....	111

49. Математическое ожидание и дисперсия суммы одинаково распределенных случайных величин.....	112
50. Зависимые случайные величины. Корреляционный момент и коэффициент корреляции.....	113

Глава 6. НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

51. Понятие о нормальном законе распределения случайной величины.....	117
52. Кривая Гаусса.....	118
53. Экссесс и асимметрия кривой распределения.....	120
54. Вероятность «попадания» нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.....	124
55. Вычисление вероятности заданного отклонения. Правило 3σ	126
56. Какие случайные величины распределены по нормальному закону?.....	127

Глава 7. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

57. Предмет и задачи математической статистики.....	129
58. Генеральная и выборочная совокупности.....	130
59. Статистическое распределение выборки.....	130
60. Эмпирическая функция распределения.....	131
61. Полигон и гистограмма.....	132
62. Числовые характеристики статистического распределения.....	134
63. Статистические оценки параметров распределения.....	135
64. Генеральная и выборочная средние.....	135
65. Доверительный интервал и доверительная вероятность... ..	137
66. Доверительный интервал для математического ожидания и дисперсии величины с неизвестным законом распределения в случае большой выборки.....	137
67. Доверительный интервал для вероятности события.....	140
68. Распределение «хи - квадрат».....	141
69. Распределения Стюдента и Фишера – Снедекора.....	143
70. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения.....	144
71. Понятие о двумерных случайных величинах.....	147

72. Закон распределения дискретной двумерной случайной величины.....	148
73. Функция распределения двумерной случайной величины.....	149
74. Вероятность попадания двумерной случайной величины в полосу и в прямоугольник.....	150
75. Математическое ожидание и дисперсия составляющих двумерной случайной величины.....	151
76. Линии регрессии.....	152
77. Еще об оценке степени зависимости случайных величин.....	154
78. Корреляционная таблица.....	155
79. Статистическая гипотеза. Основные понятия.....	161
80. Односторонние и двусторонние критические области.....	163
81. Сравнение генеральных средних двух произвольно распределенных случайных величин.....	165
82. Сравнение выборочного среднего арифметического со средним значением генеральной совокупности.....	167
83. Сравнение двух дисперсий нормально распределенных генеральных совокупностей.....	168
84. Ранговая корреляция. Коэффициент Спирмена.....	171
Литература.....	178

ПРИЛОЖЕНИЕ

ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ И СТАТИСТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

Таблица 1 значений функции $\Phi(x)$	180
Таблица 2 значений функции Лапласа $\Phi(x)$	181
Таблица 3 критических значений критерия χ^2	183
Таблица 4 корней уравнения $P(\chi > x^2) = q$	184
Таблица 5 критических точек распределения Стьюдента.....	186
Таблица 6 критических точек F – распределения.....	187