

УДК 517.3 (075)

ББК 22.161.1я73

Г 93

Рецензенты:

Прояева И.В. – кандидат физико-математических наук, доцент, ОГПУ,

Сафарова А.Д. - кандидат педагогических наук, доцент, ОГПУ

Г.М. Гузаиров, Н.А. Мунасыпов. Интегральное исчисление. Учебное пособие для студентов физико-математического факультета пед.ВУЗа /

Г 93 Гузаиров Г.М., Мунасыпов Н.А. – Оренбург, ОГПУ : 2024. – 108 с., илл.

УДК 517.3 (075)

ББК 22.161.1я73

© Гузаиров Г. М., 2024,

© Мунасыпов Н.А., 2024,

© Изд-во ОГПУ, 2024.

Содержание

Предисловие	5
ЧАСТЬ I: Неопределённый интеграл	
§ 1. Первообразная функции	6
1.1. Определение первообразной	6
1.2. Задача о площади криволинейной трапеции	8
1.3. Единственность первообразной функции, непрерывной на промежутке	10
Задачи к § 1	11
§ 2. Неопределённый интеграл	12
2.1. Определение неопределённого интеграла	12
2.2. Свойства неопределённого интеграла	13
2.3. Таблица основных интегралов	15
Задачи к § 2	16
§ 3. Общие методы вычислений неопределённых интегралов	17
3.1. Непосредственное интегрирование	17
3.2. Метод интегрирования по частям в неопределённом интеграле	19
3.3. Замена переменной в неопределённом интеграле	22
Задачи к § 3	24
§ 4. Интегрирование рациональных функций	27
4.1. Выделение целой и дробной частей	27
4.2. Интегрирование простых дробей	30
4.3. Интегрирование правильных дробей	32
4.4. Общий алгоритм интегрирования рациональных функций.....	37
Задачи к § 4	39
§ 5. Интегрирование иррациональных функций	40
5.1. Интегралы от дробно-линейных иррациональностей	40
5.2. Интегралы от квадратических иррациональностей	43
Задачи к § 5	45
§ 6. Интегрирование тригонометрических функций	46
6.1. Разложение рациональных функций по нечётным и чётным слагаемым	46
6.2. Частные тригонометрические подстановки	48
6.3. Универсальная тригонометрическая подстановка	50
Задачи к § 6	51

ЧАСТЬ II: Определённый интеграл

§ 1. Определённый интеграл от непрерывной функции	54
1.1. Определение определённого интеграла	54
1.2. Свойства определённого интеграла, выражаемые равенствами	56
1.3. Интегральная теорема о среднем	58
1.4. Свойства определённого интеграла, выражаемые неравенствами	60
§ 2. Вычисления определённых интегралов	63
2.1. Непосредственное интегрирование по формуле Ньютона-Лейбница	63
2.2. Формула интегрирования по частям в определённом интеграле	64
2.3. Замена переменной в определённом интеграле	67
2.4. Вычисление интегралов с применением свойства аддитивности	69
§ 3. Интеграл с переменным верхним пределом	71
3.1. Определённый интеграл как функция верхнего предела	71
3.2. Интегральное определение натурального логарифма	73
3.3. Синус интегральный	75
3.4. Несобственные интегралы	76
§ 4. Оценки, приближения и более общие определения интеграла ...	79
4.1. Пример оценок и приближённого вычисления интеграла	79
4.2. Оценка интеграла с помощью сумм Дарбу	82
4.3. Приближение интеграла с помощью интегральных сумм	86
4.4. Определённый интеграл от ограниченной функции	88
§ 5. Геометрические приложения определенного интеграла	92
5.1. Вычисление площади плоской фигуры	92
5.2. Вычисление объема тела вращения	98
5.3. Вычисление длины дуги кривой	102
5.4. Вычисление площади поверхности вращения	105
Рекомендуемая литература	107